

Guia docent

Identificació de l'assignatura

Assignatura / Grup	20322 - Geometria Diferencial / 9
Titulació	Doble titulació: grau de Matemàtiques i grau d'Enginyeria Telemàtica - Quart curs Grau de Matemàtiques - Tercer curs
Crèdits	6
Període d'impartició	Primer semestre
Idioma d'impartició	Català

Professors

Professor/a	Horari d'atenció als alumnes					
	Hora d'inici	Hora de fi	Dia	Data d'inici	Data de fi	Despatx / Edifici
Rafel Jaume Prohens Sastre <i>(Responsable)</i> rafel.prohens@uib.cat						Cal concertar cita prèvia amb el/la professor/a per a fer una tutoria

Contextualització

La geometria diferencial és una branca de les matemàtiques que utilitza les tècniques del càlcul diferencial, càlcul integral, àlgebra lineal i àlgebra multilineal per estudiar els problemes de la geometria de corbes i superfícies així com les estructures en varietats en dimensió superior en l'espai euclidià.

La teoria de corbes i superfícies en l'espai euclidià 2D i 3D formà la base per al desenvolupament de la geometria diferencial durant els segles XVIII i XIX. Des de finals del segle XIX, la geometria diferencial s'ha convertit en un camp que estudia en general les estructures geomètriques en varietats diferenciables. A més, la geometria diferencial està estretament relacionada amb la topologia i els aspectes geomètrics de la teoria qualitativa de les equacions diferencials.

Més concretament, la finalitat de la geometria diferencial és l'estudi dels objectes geomètrics que utilitzen tècniques de càlcul diferencial, en particular la diferenciació de les funcions. Els objectes que seran estudiats en aquest curs són corbes i superfícies en l'espai de dues i tres dimensions, i s'estudien principalment per mitjà de la parametrització. Les principals propietats d'aquests objectes, que seran objecte d'estudi, són nocions relatives a la forma. Estudiarem quina és l'estructura geomètrica mínima que ens permet identificar una corba o una superfície i això ens portarà a les nocions de vectots/plans tangents i normals, curvatura o curvatures principals, etc. D'aquesta forma, podrem identificar i classificar les corbes o superfícies mòdul una transformació que ens conservi aquestes característiques geomètriques.

En el grau de Matemàtiques de la UIB, la geometria diferencial és una assignatura que es dona al tercer curs durant el primer semestre. Això significa que l'estudiant ha treballat les tècniques del càlcul diferencial i integral en diverses variables i l'assignatura de Topologia d'aquest mateix mòdul, dins el segon curs del grau. Per altra part, aquesta assignatura fa de pont de cara a cursar l'assignatura Geometria i Topologia en Varietats de quart curs del mateix grau de Matemàtiques, que tanca el bloc del mòdul Topologia i Geometria Diferencial.

L'assignatura de Geometria Diferencial té una càrrega lectiva de 60 hores presencials a més de 90 hores de treball no presencial.

Guia docent

Requisits

No hi ha requisits essencials donats pel mateix grau.

Recomanables

És recomana haver cursat les assignatures obligatòries següents de segon curs: Càlcul diferencial i integral de funcions de diverses variables reals, Geometria afi i mètrica, i Topologia i Àlgebra lineal II.

Competències

Específiques

- * Conocer y determinar la geometría local de las curvas en \mathbb{R}^3 (E19).
- * Conocer la geometría intrínseca y extrínseca de superficies en \mathbb{R}^3 y saber determinar algunos aspectos de las mismas (E20).
- * Reconocer algunas propiedades globales de curvas y superficies (E21).
- * Saber utilizar, conocer y aplicar los conceptos y los resultados fundamentales del Cálculo Diferencial e Integral para funciones de una y varias variables reales, así como del Cálculo Vectorial clásico (E24, E25).
- * Conocer el desarrollo histórico de los principales conceptos matemáticos situándolos en el contexto de su evolución (E28).

Genèriques

- * Capacidad para aplicar los conocimientos adquiridos a la construcción de demostraciones, detección de errores en razonamientos incorrectos y resolución de problemas (TG10).

Bàsiques

- * Podeu consultar les competències bàsiques que l'estudiant ha d'haver assolit en acabar el grau a l'adreça següent: http://estudis.uib.cat/ca/grau/comp_basiques/

Continguts

Aquesta assignatura ens proporciona un estudi a les estructures geomètriques de l'espai euclidià, bàsicament \mathbb{R}^2 i \mathbb{R}^3 , donades per les corbes i les superfícies regulars.

El primer capítol està dedicat a l'estudi local de les corbes i les seves propietats.

Als altres capítols, els continguts que es donaran seran específics de superfícies. Per això s'introduirà al capítol 2 el concepte de superfície regular: parametritzacions, l'aproximació del pla tangent, la primera forma fonamental, orientació de superfícies, etc. Al capítol 3, introduïrem els definicions més importants (l'aplicació de Gauss, curvatures principals i direccions principals, curvatures gaussianes i mitjana, etc) que ens portarà a definir el concepte de camp vectorial sobre superfícies i les propietats relacionades. Finalment estudiarem alguns casos particulars de superfícies, com és el cas de superfícies reglades i superfícies mínimes.

Guia docent

El capítol 4 és un capítol dedicat a l'estudi de la geometria intrínseca de les superfícies. Bàsicament el que fa aquesta geometria és que un gran nombre de propietats locals importants de les superfícies poden expressar-se solsament en termes de la primera forma fonamental. L'estudi daquestes propietats s'anomena la geometria intrínseca.

Continguts temàtics

Tema 1. La geometria de les corbes

Introducció. Corbes parametritzades. Corbes regulars: longitud d'arc. Curvatura i torsió. Fórmules de Frenet. Propietats globals de le corbes planes.

Tema 2. Superfícies regulars

Introducció. Definició de superfície regular. Parametritzacions. El pla tangent; la diferencial d'una aplicació. Primera forma fonamental: àrea. Orientació de superfícies. Caracterització de les superfícies compactes orientables.

Tema 3. Geometria de l'aplicació de Gauss

Introducció. L'aplicació de Gauss. Segona forma fonamental. Curvatures principals i direccions principals, curvatures gaussianes i mitjana. Camp vectorial sobre superfícies. Propietats. Orientació de superfícies. Casos particulars de superfícies: superfícies reglades i superfícies mínimes.

Tema 4. Geometria intrínseca de superfícies

Introducció. Isometria; aplicacions conformes. Teorema de Gauss. Transport paral.lel; derivada covariant de camps vectorials. Geodèsiques. Propietats. Teorema de Gauss-Bonnet i aplicacions. L'aplicació exponencial; coordenades normals i coordenades polars generalitzades.

Metodologia docent

En aquesta assignatura distingirem dos tipus de classe segons les tasques que es desenvolupin: les classes teòriques on el professor exposarà la matèria i les classes pràctiques on es realitzaran els problemes proposats pel professor. En algunes d'aquests classes pràctiques el professor podrà fer sortir a la pissarra als alumnes per tal que ells realitzin els problemes.

Volum de treball

Aquesta assignatura consta de 6 crèdits, i una presencialitat de 60 hores, 4 hores a la setmana sobre 15 setmanes. Les activitats de treball no presencials sumen un total de 90 hores.

Les 60 hores presencials es dividiran en 28 hores de classes de teoria, 20 hores de classes de problemes. La part d'avaluació es divideix amb 6 hores d'avaluació amb proves escrites de llarga durada i 6 hores dedicades a l'exposició i solució dels problemes davant dels seus companys.

Activitats de treball presencial (2,4 crèdits, 60 hores)



Guia docent

Modalitat	Nom	Tip. agr.	Descripció	Hores
Classes teòriques	Classes de teoria	Grup gran (G)	En aquestes classes s'exposaran i explicaran els conceptes teòrics de l'assignatura. Es treballaran les competències E20, E24, E25, E28, TG10.	28
Classes pràctiques	Classes de problemes	Grup mitjà (M)	En aquestes classes (dijous) es discutiran i resoldran els problemes proposats a les llistes i relacionats amb els coneixements teòrics explicats a les classes de teoria. Es treballaran les competències E19, E21. Activitat en grup. Algunes parts d'aquestes sessions dels dijous es dedicaran a l'avaluació de l'exposició dels problemes a la pissarra per part dels alumnes.	10
Avaluació	Examen parcial	Grup gran (G)	Durant el quadrimestre, aproximadament a la meitat del quadrimestre, es realitzarà un examen parcial-1 del temari vist fins en aquell moment (temes 1 i 2) per avaluar l'adquisició de les competències genèriques i específiques	2
Avaluació	Examen parcial	Grup gran (G)	Al final del quadrimestre, es realitzarà un examen parcial-2 del temari vist durant la segona meitat del quadrimestre (temes 3 i 4) per avaluar l'adquisició de les competències genèriques i específiques.	4
Avaluació	Avaluació i entrega de problemes	Grup petit (P)	S'avaluarà l'exposició dels problemes a la pissarra per part dels alumnes, així com la seva entrega. Aquesta activitat serà individual. Avaluació dels problemes proposats de la llista i l'entrega corresponent. Activitat individual.	16

A començament del semestre hi haurà a disposició dels estudiants el cronograma de l'assignatura a través de la plataforma UIBdigital. Aquest cronograma inclourà almenys les dates en què es faran les proves d'avaluació contínua i les dates de lliurament dels treballs. A més, el professor o la professora informará els estudiants si el pla de treball de l'assignatura es durà a terme a través del cronograma o per una altra via, inclosa la plataforma Aula Digital.

Activitats de treball no presencial (3,6 crèdits, 90 hores)

Modalitat	Nom	Descripció	Hores
Estudi i treball autònom individual o en grup	Estudi i resolució de problemes	L'alumne haurà de dedicar un temps a l'estudi de l'assignatura i a la resolució dels problemes proposats a classe per tal d'assolir els objectius. Es treballaran totes les competències genèriques i específiques.	90

Riscs específics i mesures de protecció

Les activitats d'aprenentatge d'aquesta assignatura no comporten riscos específics per a la seguretat i salut dels alumnes i, per tant, no cal adoptar mesures de protecció especials.

Avaluació de l'aprenentatge dels estudiants

Guia docent

L'avaluació de l'assignatura es farà de la següent manera:

- Es farà un examen parcial-1 (temes 1 i 2), a mitjan curs, que tindrà un pes del 40% de la nota final de l'assignatura. Per a poder fer mitjana amb aquesta nota s'haurà de treure un mínim de 4.
- Al final del quadrimestre i dins el període d'exàmens complementari, es farà un examen parcial-2 (temes 3 i 4), que valdrà un 40% de la nota final de l'assignatura. Per a poder fer mitjana amb aquesta nota s'haurà de treure un mínim d'un 4.
- El professor proposarà als alumnes corresponents, cada dilluns, l'exercici de la llista que haurà de presentar el dijous de la mateixa setmana. L'alumne haurà d'entregar el problema per escrit a campus extens, com a tard, 24 hores després del mateix dia de l'exposició. El nom del fitxer que han de lliurar en pdf és:

Llinatgealumne--Llista-Y--Problema-X.pdf, per exemple: Prohens--Llista-3--Problema-12.pdf

on X és el nombre del problema a la llista, i Y és el nombre de la llista. S'avaluarà la feina feta pels alumnes: resolució del problema, capacitat per explicar a la resta de la classe i la seva redacció en l'entrega. En cas d'incompliment del lliurament escrit del problema, la nota corresponent al lliurament serà de 0. Cada alumne haurà hagut de defensar i lliurar un mínim de dos problemes al final del quadrimestre. Aquesta activitat es valorarà amb un 20% de la nota final de l'assignatura.

La nota final serà la mitjana ponderada de les tres notes. Per aprovar aquest mitjana ha de ser més gran o igual a 5.

Els exàmens seran recuperables durant el període extraordinari.

Frau en elements d'avaluació

D'acord amb l'article 33 del Reglament acadèmic, "amb independència del procediment disciplinari que es pugui seguir contra l'estudiant infractor, la realització demostradorament fraudulenta d'algun dels elements d'avaluació inclosos en guies docents de les assignatures comportarà, a criteri del professor, una menysvaloració en la seva qualificació que pot suposar la qualificació de «suspens 0» a l'avaluació anual de l'assignatura".

Examen parcial

Modalitat	Avaluació
Tècnica	Proves de resposta llarga, de desenvolupament (recuperable)
Descripció	Durant el quadrimestre, aproximadament a la meitat del quadrimestre, es realitzarà un examen parcial-1 del temari vist fins en aquell moment (temes 1 i 2) per avaluar l'adquisició de les competències genèriques i específiques

Criteris d'avaluació

Percentatge de la qualificació final: 40% per a l'itinerari A amb qualificació mínima 4

Percentatge de la qualificació final: 40% per a l'itinerari B amb qualificació mínima 4

Guia docent

Examen parcial

Modalitat	Avaluació
Tècnica	Proves de resposta llarga, de desenvolupament (recuperable)
Descripció	Al final del quadrimestre, es realitzarà un examen parcial-2 del temari vist durant la segona meitat del quadrimestre (temes 3 i 4) per avaluar l'adquisició de les competències genèriques i específiques.
Criteris d'avaluació	
Percentatge de la qualificació final: 40% per a l'itinerari A amb qualificació mínima 4	
Percentatge de la qualificació final: 60% per a l'itinerari B amb qualificació mínima 4	

Avaluació i entrega de problemes

Modalitat	Avaluació
Tècnica	Treballs i projectes (no recuperable)
Descripció	S'avaluarà l'exposició dels problemes a la pissarra per part dels alumnes, així com la seva entrega. Aquesta activitat serà individual. Avaluació dels problemes proposats de la llista i l'entrega corresponent. Activitat individual.
Criteris d'avaluació	
Percentatge de la qualificació final: 20% per a l'itinerari A amb qualificació mínima 0	
Percentatge de la qualificació final: 0% per a l'itinerari B amb qualificació mínima 0	

Recursos, bibliografia i documentació complementària

La bibliografia d'aquesta assignatura consta d'unes referències bàsiques i una sèrie de referències complementàries. Dins aquesta llista, s'ha tengut en compte les referències d'exercicis i problemes, així com també les referències més teòriques amb les proves dels resultats més importants.

Bibliografia bàsica

- M.P. do Carmo. Geometria Diferencial de Curvas y Superfícies. Alianza Universidad Textos (1990).
- Maria de los Angeles Hernandez Cifre, José Antonio Pastor Gonzalez. Un curso de geometria diferencial. Textos universitarios CSIC, 2010.

Bibliografia complementària

- Sebastián Montiel, Antonio Ros. Curvas y superficies. Editor Proyecto Sur, 1998, ISBN 848254991X.
- M. Spivak. A Comprehensive Introduction to Differential Geometry . Vol. I, II, III, IV, V. Berkeley : Publish or Perish, inc, (1979).
- J. Oprea. Differential geometry and its applications. The Mathematical Association of America, 2nd edition, 2007, ISBN 978-0883857489.
- Theodore Shifrin. Differential geometry: A first course in curves and surfaces. Preliminary version, summer 2016. Univ. of Georgia. <http://alpha.math.uga.edu/~shifrin/ShifrinDiffGeo.pdf>
- Henry Schlichtkrull, Curves and surfaces. Lectures Notes for Geometry 1, 2011. <http://www.math.ku.dk/noter/filer/geom1.pdf>
- S. Mischenko, Y. P. Soloviov y A. T. Fomenko: Problemas de Geometria Diferencial y Topología. Rubiños-1860, S.A. (1994).
- A.S. Fedenko: Problemas de Geometria Diferencial. Editorial Mir, Rubiños-1860, S.A. (1991).



Guia docent

Altres recursos

Durant el curs, es posaran a l'abast dels estudiants una sèrie de recursos a l'aplicació campus extens, com documents electrònics que es poden trobar a la xarxa, enllaços a internet, etc. També per part del professorat es posarà a disposició dels alumnes uns apunts dels temes que es tracten en aquest curs, així com unes llistes de problemes que es discutiran a la classe de pràctiques.

